

6-(1) 分数の乗除

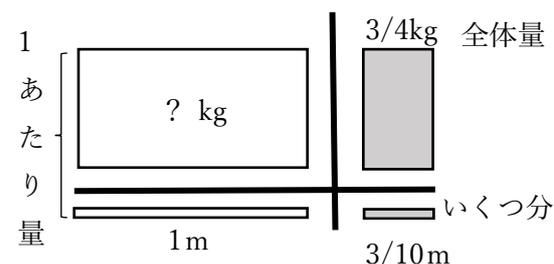
6年生になってすぐ分数の乗除の計算指導があります。分数乗除の計算方法はシンプルで分数×分数は分母同士、分子同士をそれぞれ掛ける、分数÷分数は割る分数の分母と分子をひっくり返して掛けることで解決出来ます。ところが、なぜそうするのかという計算の仕組みがうまく理解できません。「どうして割算なのになぜかけ算になるの?」とか「分数で割るとき分母と分子をひっくり返してかけるのはなぜなのか?」などなどの疑問が噴出します。

教科書ではその理由をいくつものやり方で説明しています。ひとつは面積図による説明もう一つは関係図による説明、そして最後は数式の性質を使っての説明です。これだけ説明が多いと何が何か分らなくなります。ましてや算数の苦手な子は一つ一つの説明の理解さえおぼつかないというのに一度にいろいろな解法を示されるとパニックに陥ります。これらの説明を見ていると「説明は分かる子だけ分かればいい」と考えているのではないかと思います。

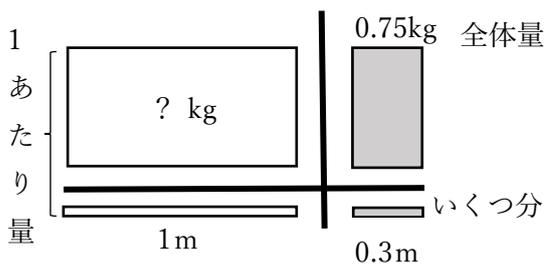
それからもう一つ不思議なことがあります。小数の乗除と分数の乗除は量の表し方が違うだけで同じ計算です。当然解決操作も同じです。ところが教科書の扱いを見てみるとなにか別物のような扱いになっています。そこではじめに小数の割算と分数の割算の図解操作過程を見ておきたいと思います。(ちょっとややこしいところもありますが・・・)

下の2つの問題を見てください。 $3/10\text{m}$ と 0.3m は同じです。 $3/4\text{kg}$ と 0.75kg も同じです。問題の下の図が「かけわり図」と呼ばれる図です。この図はかけ算割算の構造をうまく表す

問題 < $3/10\text{m}$ で $3/4\text{kg}$ の鉄の棒があります。この鉄の棒 1mあたりの重さは何 kg> $3/4\text{kg} \div 3/10\text{m} = ? \text{kg/m}$



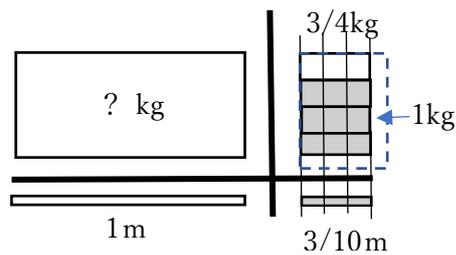
問題 < 0.3m で 0.75kg の鉄の棒があります。この鉄の棒 1mあたりの重さは何 kg> $0.75\text{kg} \div 0.3\text{m} = ? \text{kg/m}$



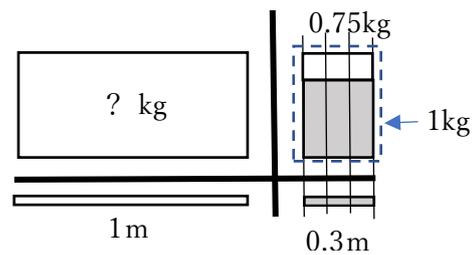
事ができます。また、この図に分っている数量を書き込み何算で解くかを決定します。また、図を操作することで答えにたどり着くことが出来るのです。この場合は 1 あたりの量を求める問題です。ですから全体量をいくつ分量で割ることになります。「1 あたりを求める図解操作を小数と分数を対比しながら見てみます。

ステップ 1

どちらも全体量を 3 で割ることで 0.1m あたり、 $1/10\text{m}$ あたりがいくらになるのかを求める。



$$3/4 \div 3 = 3/12 \quad (1/4)$$

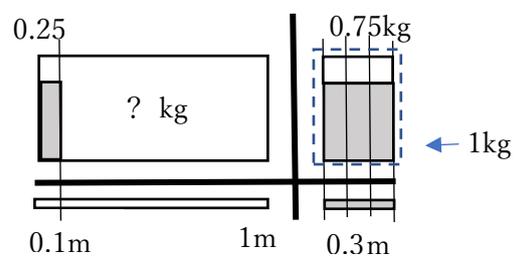
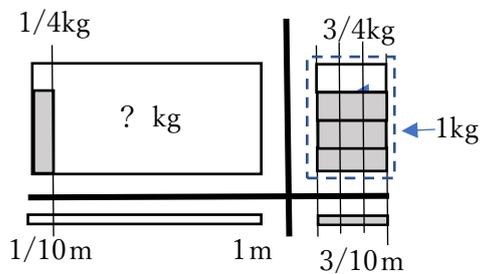


$$0.75 \div 3 = 0.25$$

$3/4$ を 3 等分すると $1/10\text{m}$ あたり $3/12\text{kg}$ ($1/4$)、 $0.75 \div 3$ で 0.1m あたり 0.25kg である事が分ります。

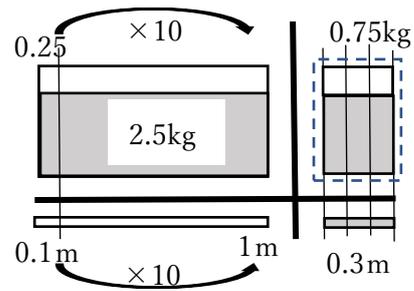
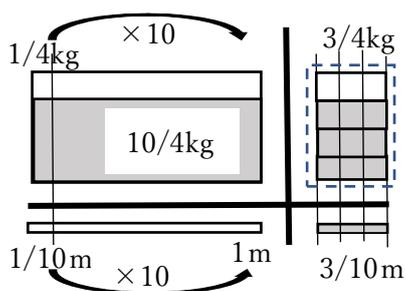
ステップ 2

$1/10\text{m}$ あたり $1/4\text{kg}$ 、 0.1m あたり 0.25kg をかけわり図に反映させます。



ステップ 3

$1/10\text{m}$ あたり、 0.1m あたりを 1m あたり量の欄に書き込んだ後、それぞれを 10 倍すると 1 あたりの値が求まります。



ステップ 4

一連の図解操作の過程を式にまとめる。

分数の割算

$$3/4\text{kg} \div 3/10\text{m} = ? \text{ kg/m}$$

$$? \text{ kg/m} = \underline{3/4\text{kg} \div 3 \times 10}$$

$$\rightarrow 3/4 \div 3/10 = \underline{3/4\text{kg} \times 3/10}$$

$$= 4/10 \quad (2.5) \text{ kg/m}$$

小数の割算

$$0.75\text{kg} \div 0.3\text{m} = ? \text{ kg/m}$$

$$? \text{ kg/m} = \underline{0.75\text{kg} \div 3 \times 10}$$

$$\rightarrow 0.75 \div 0.3 = \underline{0.75\text{kg} \times 10 \div 3}$$

$$= 2.5 \quad (4/10) \text{ kg/m}$$

÷小数、÷分数ともに 1/10 あたり、0.1 あたりを求めるために割って掛けるという同じ操作を行います。÷小数は $\langle \div 3 \times 10 \rangle$ を $\langle \times 10 \div 3 \rangle$ にして $0.75 \times 10 \div 3 = 7.5 \div 3$ とします。小数の場合は筆算との関係でこうした方が楽に計算できるからです。分数の割算計算では $\langle \div 3 \times 10 \rangle$ という操作を $\langle \times 10/3 \rangle$ とし、 $3/4 \times 10/3$ という式を作って計算します。

5年の小数の乗除でこういった図解操作を行い、6年の分数の乗除でも同じ図解操作をすると「何だ！分数の割算も5年の時の小数の割算と同じだ。」と違和感なく取り組めるはずです。また、分数の量感の乏しさも小数と対応させる事でイメージしやすくなります。

なぜ、文科省は「小数乗除も分数乗除も解決操作過程は同じだから同じ図解で教えた方が効率的だし、子どもにも分かりやすい」と考えないか謎です。そればかりか、文科省は2019年の改訂で思わぬ方向に舵を切りました。それは小数や分数の乗除は数学的活動を通して理解させようという方針でした。5年生では小数の割算は割られる数割る数に同じ数を掛け割る数が整数になるようにして計算すればいいというやり方がメインになり、6年の分数の割算では÷分数にその逆数を掛ける。そうすると分数の割算が分数×分数となるという数式操作によって説明しています。

小数÷小数 $\langle 0.75 \div 0.3 \rangle$ = 分数÷分数 $\langle 3/4 \div 3/10 \rangle$

$$\begin{array}{r} 0.75 \quad \div \quad 0.3 = \\ \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \\ 7.5 \quad \div \quad 3 = \end{array}$$

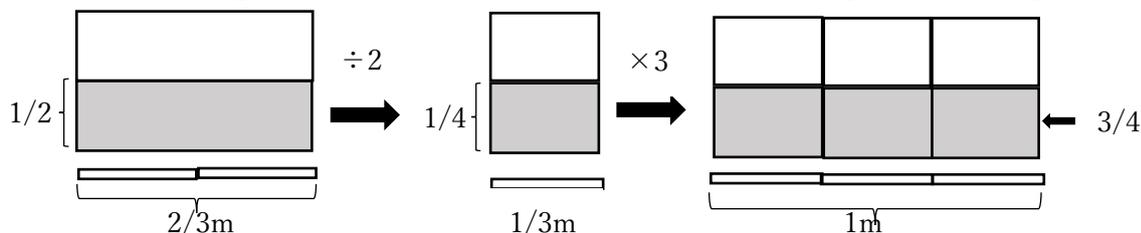
$$\begin{array}{r} 3/4 \quad \div \quad 3/10 = 4/5 \times 3/2 \\ \downarrow \times 10/3 \quad \downarrow \times 10/3 \\ (3/4 \times 10/3) \div 1 = 3/4 \times 10/3 \end{array}$$

どちらも割算の性質を使った÷小数と÷分数の説明です。こういった式の操作についてこられる子には何の問題もないのかもしれませんが、算数の苦手な子にすればこれは気を失いそうほど難しいことなのです。算数の苦手な子にはこういった数学的活動は理解できません。文科省が言う算数的活動こそが小数乗除・分数乗除の根本的理解に必要な活動だったのです。

☆「どうして分数の割算は分母と分子をひっくり返して掛けるの？」と聞かれた時は？

下の図解のようなできるだけ簡単な数を使って説明してください

$\langle 2/3\text{m}$ で $1/2\text{kg}$ の鉄の棒 1m あたりの重さはいくら？ $\rangle \langle 1/2\text{kg} \div 2/3\text{m} = ? \text{kg/m} \rangle$



$$1/2 \div 2/3 = ? \rightarrow 1/2 \div 2 = 1/4 \rightarrow 1/4 \times 3 = 3/4 \quad \text{答え } 3/4$$

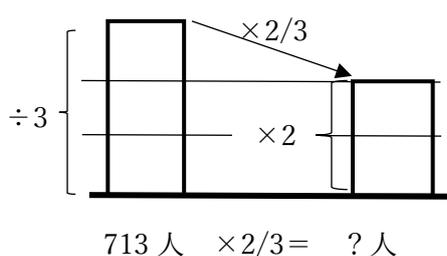
$1/2 \div 2 \times 3$ をひとつの式にまとめると $1/2 \times 3/2$ つまり $1/2 \div 2/3 = 1/2 \times 3/2$ となる。

出来れば色紙を使って切り貼りする操作を入れると納得できると思います。

・分数倍の世界

世間一般では分数量の乗除よりも分数で表される割合(分数倍)を目にすることが多いのではないかと思います。特に政治の世界では「有権者の 1/2 が」とか「議員の 2/3 の賛成で」とか言われることがあり、ニュースでもよく見かけます。例えば「憲法改正には議員の 2/3 以上の賛成が必要です。

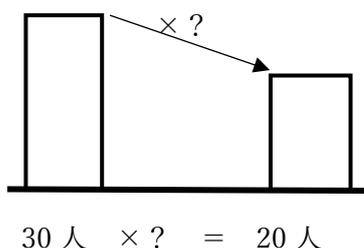
問題：<今、日本の国会議員は 713 人です。ではその 2/3 以上の議員が改訂に賛成すれば憲法改正が成立します。一体何人が賛成するといいいのでしょうか？>



左の図を見てください。全国会議員の 2/3 というのは全国会議員を 3 で割った 2 つ分の人数とすることです。これを分数式で表すと $713 \text{人} \times \frac{2}{3}$ となります。この $\frac{2}{3}$ を分数倍と呼びます。

この場合うまく計算できませんが、2/3 以上と言うことは 476 人以上ということになります。

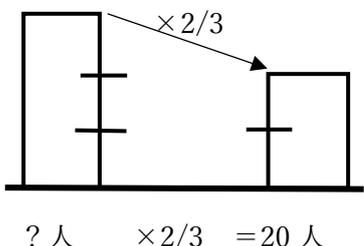
問題：30 人のクラスの内 20 人が私立中学を受験するそうです。私立中学を受験する人の割合を分数で答えなさい。



この問題は分数倍を求める問題です。

$30 \times ? = 20$ なので $?$ は $20 \div 30$ で求める事が出来ます。これは小数では割り切れません。しかし $20/30$ とすれば約分して $2/3$ というふうにすっきりと分数倍で表す事が出来ます。これが分数の便利なところです。

問題：クラスの 2/3 にあたる 20 人が私立中学を受験するそうです。このクラス全員は何人なのでしょう？



この問題は

$? \times \frac{2}{3} = 20$ という基にした量が分からない問題です。基になる量は $20 \div \frac{2}{3}$ で求める事が出来ます。図をよく見てください基の量は 20 人を 2 つに分けた 3 つ分の大きさになっているのが分るでしょうか？ つまり $20 \div \frac{2}{3} = 20 \times \frac{3}{2}$ で求める事が出来るのです。

この最後の分数倍で割る問題が一番難しいのですがここで示したようなやり方をすれば意外なほどあっさりと分ってもらえます。